

Name:

Fall 2021 Stat 311 Exam 2

Anweisungen: Das Dokument als einzelne PDF-Datei mit dem Titel P Nachname Vorname einreichen (z. B. P Etkin Arkady Exam 2). Vergiss nicht das P, sonst verwandelst Du Dich in eine Ziege! Löse so viele Aufgaben, wie Du kannst, um dabei bis auf 100 Punkte zu kommen. ZEIGE DEINE ARBEIT! Du präsentierst kein Kafka Protokoll auf Deine eigene Gefahr.

1. Eine getigerte Katze gebiert 5 Kätzchen, davon 3 mit Siamfellzeichnungen. Das für dieses Farbmuster verantwortliche Himalaya-Gen ist rezessiv. Dies bedeutet, dass die 3 Kätzchen mit dem Siamphänotyp das Himalaya Gen von beiden Eltern geerbt haben müssen. Laut einer Schätzung sind die Träger dieses Erbgutes dreimal so häufig wie die Katzen mit dem Siamphänotyp. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass auch der Vater das Siamfellmuster trägt. Sind deine Berechnung und Intuition darüber übereinstimmend? [10 pts]

2. Eine Marketingagentur hat vor, 1000 potenziellen Kunden anzurufen, um ihr Produkt zu werben. Die Agentur hat 1000 000 persönliche Handynummern in ihrem Informationenspool gespeichert. Vor jedem Anruf wählt der Computer beliebig eine davon.

(a) Finde einen Ausdruck für die präzise Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens eine Person wiederholt angerufen wird. [4 pts]

(b) Gib eine gute Schätzung für den obigen Ausdruck ab. [6 pts]

3. Ein Dorfforscher veröffentlicht einen Artikel mit dem Titel Epidemie des Jahrhunderts. In diesem Artikel vergleicht der Forscher 5 der tödlichsten Epidemieausbrüche innerhalb der letzten 100 Jahre und kommt zu dem Schluss, dass Ausbruch E mit Abstand der tödlichste gewesen ist. Insbesondere behauptet der Forscher, dass die Wahrscheinlichkeit eines tödlichen Ausganges bei Epidemie E höher war als bei jedem der anderen 4 Ausbrüche. Sein Fazit leitet er aus den beiden folgenden Tabellen ab:

Table 1: Rohe Sterberate

Altersgruppe	A	B	C	D	E
0 - 20	10	10	9	8	6
21 - 40	38	60	88	115	72
41 - 50	55	36	14	30	72
51 - 60	7	18	55	39	68
61 - 70	15	15	30	14	48
71 - 80	10	30	17	57	100
81+	30	200	120	240	440
Total	165	369	377	503	806

Table 2: Demografische Daten

Altersgruppe	Jahr A	Jahr B	Jahr C	Jahr D	Jahr E
0 - 20	2000	2500	3000	4000	6000
21 - 40	19000	20000	22000	23000	24000
41 - 50	11000	12000	14000	15000	18000
51 - 60	7000	9000	11000	13000	17000
61 - 70	3000	5000	6000	7000	12000
71 - 80	1000	1500	1700	1900	2500
81+	300	400	600	800	1100
Total	43 300	50 400	58 300	64 700	80 600

Unterstützen diese Tabellen seine Schlussfolgerung? Warum oder warum nicht? [Hinweis: Die Verwendung von Excel könnte nützlich sein] [10 pts]

4. 3 Karten werden zufällig ohne Ersatz aus einem normalen Kartenspiel von 52 Karten ausgewählt. Angesichts der Tatsache, dass alle ausgewählten Karten Asse sind, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Pik-Ass unter diesen 3 Karten liegt? [10 pts]

5. Sei X eine Poisson-Zufallsvariable mit $E[X] = \ln 3$. Berechne $E[\cos(\pi X)]$. [10 pts]

6. Eine Studie zum Zusammenhang zwischen Blutdruck und Herzanomalien klassifiziert den Blutdruck des Patienten als hoch, niedrig oder normal. Der Herzschlag des Patienten wird entweder als normal oder nicht regelmäßig beurteilt. Folgende Statistiken wurden erhalten:

(i) 14 % der Teilnehmer haben Bluthochdruck.

(ii) 22% haben niedrigen Blutdruck.

(iii) 15% haben einen unregelmäßigen Herzschlag.

(iv) Von denen mit unregelmäßigem Herzschlag hat ein Drittel Bluthochdruck.

(v) Von denen mit normalem Blutdruck hat ein Achtel einen unregelmäßigen Herzschlag.

Welcher Anteil der Patienten hat einen regelmäßigen Herzschlag und niedrigen Blutdruck?

[10 pts]

7. Eine Kugel hat die gleiche Wahrscheinlichkeit gelb oder blau gefärbt zu werden. Zwei solcher Kugeln werden in eine Urne gelegt. Vorausgesetzt, dass eine der Kugeln gelb ist, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kugeln gelb sind? [10 pts]

8. Ein Experiment besteht darin, n-mal einen fairen Würfel zu würfeln und den Bruchteil $\frac{n^{(6)}}{n}$ - die Häufigkeit, mit der die Zahl 6 erschien, geteilt durch die Gesamtzahl der Versuche - zu berechnen. Wie groß sollte n sein, um mit 99%iger Sicherheit zu gewährleisten, dass






$$\left| \frac{n^{(6)}}{n} - \frac{1}{6} \right| \leq 0.01?$$

[10 pts]

9. n Wörter werden zufällig aus der Menge {mortal, coil, this, shuffle, off, to, be, not, or} ausgewählt. Wie oft erwarten Sie, dass "to be or not to be" vorkommt?

[10 pts]

10. Ein Eichhörnchen hat in 4 von 24 Sektoren eines 6×4 rechteckigen Rasters eine Eichel versteckt. Jetzt, da der Winter kommt, versucht es, sie wieder zu finden. Das Eichhörnchen vergisst sofort, welchen Sektor es gerade durchsucht hat. Nachdem das Eichhörnchen einen Sektor besucht hat, wählt es zufällig einen der 24 Sektoren für seine nächste Suche aus. Das Eichhörnchen hört auf, sobald alle Eicheln geborgen sind. Angenommen, dass das Eichhörnchen jede Eichel beim allerersten Besuch des Gebiets findet, in dem sie gespeichert liegt, berechne die erwartete Anzahl von Sektoren, die es im Lauf des Stöberns besuchen muss. [10 pts]

Bonuspunkte

11. Du planst m -mal in einem unbekanntem Restaurant zu speisen. Es gibt $n \geq m$ Gerichte auf der Speisekarte. Wenn Du jedes einzelne Gericht probiert hättest, könntest Du es nach Deinem Geschmack von 1 bis n einstufen, wobei das Gericht mit n als Dein Favorit eingestuft wird. Um den Genuss Deines kulinarischen Erlebnisses zu maximieren, bestellst Du bei den ersten k -Besuchen zufällig $1 \leq k \leq m$ Gerichte und entscheidest Dich in den verbleibenden $m - k$ -Besuchen wiederholt für das Gericht, das Dir am leckersten unter den erforschten k scheint. Wie groß ist der Wert von k , der die erwartete Summe der Rankings für all die m -Mahlzeiten maximiert? [10 pts]

12. Während Chanukka ist es üblich, Kindern Geld zu geben (*demej Chanukka* דמי חנוכה) und den Dreidel - ein vierseitiges Spielzeug, das mit den hebräischen Buchstaben **ש נ ג ה** (Da = שם, war = היה, großes = גדול, Wunder = נס) gekennzeichnet ist - zu drehen. Siehe Bild. Dem Kind wird angeboten, eines von zwei Spielen zu spielen:

Spiel 1: Den Dreidel zu drehen, bis zwei aufeinanderfolgende Ergebnisse "Großes Wunder" lauten, um dabei \$1 für jede Runde, in der der Dreidel gedreht wurde, zu erhalten.

Spiel 2: Den Dreidel zu drehen, bis zwei aufeinanderfolgende Ergebnisse "Wunder Wunder" lauten, um dabei \$1 für jede Runde, in der der Dreidel gedreht wurde, zu erhalten.

Welches Spiel wird ein vernünftiges Kind bevorzugen?

[10 pts]

